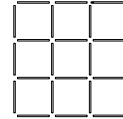


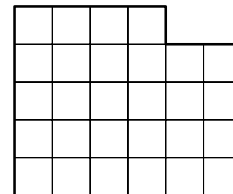
Физико – математический цикл: математика

М — 1. (по 2 балла за способ, но не более 20 баллов) Составьте число 20, складывая восемь нечётных чисел, среди которых могут быть одинаковые. Придумайте побольше разных способов. Способы, отличающиеся только порядком слагаемых, считаются одинаковыми.

М — 2. (по 8 баллов за способ) Из спичек выложена фигура (см. верхний рисунок). Уберите 8 спичек, чтобы осталось ровно два квадрата. Если сможете, придумайте несколько решений. Решения, приводящие к одной и той же по сути картинке (повёрнутой или перевёрнутой), за разные не считаются! "Лишних" спичек оставаться не должно!



М — 3. (14 баллов) Разрежьте фигуру (см. нижний рисунок) на две одинаковые части.



М — 4. (20 баллов) Коля и Витя, гуляя по парку, набрали на большую круглую поляну, обсаженную липами. Коля обошел один раз вокруг поляны, считая деревья.

Витя сделал то же самое, но начал с другого дерева. Дерево, которое по счету Коли было 20-м, у Вити было 7-м, а 7-е Колино дерево оказалось 94-м Витиным. Сколько лип растет вокруг поляны?

М — 5. (30 баллов) На день рождения к Пятачку пришли Винни-Пух, Сова и Кролик. Все четверо ели бананы, причём Сова и Кролик вместе съели 45 бананов, а всего было съедено 70 бананов. Известно также, что Винни-Пух съел бананов больше, чем каждый из остальных. Сколько бананов съел Пятачок?

Физико – математический цикл: математика

М — 1. (по 8 баллов за способ, но не более 24 баллов) Используя ровно пять девяток, составьте выражение, значение которого равно 10. Попробуйте найти несколько решений.

М — 2. (15 баллов) Александр Васильевич и Александр Вячеславович шли по рынку и, подойдя к контрольным весам, решили взвесить на них свои портфели. Весы показали 3 кг и 4 кг. Когда они положили на весы оба портфеля, весы почему-то показали 6 кг.

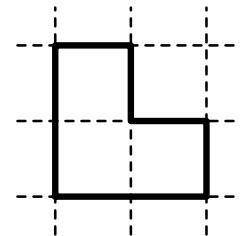
— Дураят народ, — вздохнул Александр Васильевич. — Стрелка сдвинута!

— Но мы-то с Вами теперь знаем, сколько на самом деле весят наши портфели, — сказал Александр Вячеславович.

Ну и сколько же они весят?

М — 3. (16 баллов) Водитель автобуса посмотрел на спидометр и увидел, что счётчик расстояния показывает 15951 км. «Теперь, наверное, не скоро опять появится на счётчике такое симметричное число», — подумал он. Однако уже через два часа на табло снова горело число, которое в обе стороны читается одинаково. С какой скоростью ехал автобус?

М — 4. (20 баллов) Уголок (см. рис.) разрежьте на две части так, чтобы из них можно было сложить треугольник.



М — 5. (25 баллов) Грузовик и легковой автомобиль выехали из Костромы в Ярославль.

Проехав треть пути, грузовик остановился и тронулся в путь лишь тогда, когда легковому автомобилю оставалась треть пути до Ярославля. Доехав до Ярославля, легковой автомобиль развернулся и поехал назад в Кострому. Сумеет ли он доехать до Костромы раньше, чем грузовик приедет в Ярославль?

Физико – математический цикл: математика

- М — 1. (10 баллов)** Александр Васильевич и Александр Вячеславович шли по рынку и, подойдя к контрольным весам, решили взвесить на них свои портфели. Весы показали 3 кг и 4 кг. Когда они положили на весы оба портфеля, весы почему-то показали 6 кг.
- Дурят народ, — вздохнул Александр Васильевич. — Стрелка сдвинута!
- Но мы-то с Вами теперь знаем, сколько на самом деле весят наши портфели, — сказал Александр Вячеславович.
- Ну и сколько же они весят?
- М — 2. (18 баллов)** К некоторому двузначному числу справа и слева приписали по единице, отчего оно увеличилось в 23 раза. А если бы приписали не по единице, а по двойке, во сколько раз увеличилось бы это число?
- М — 3. (18 баллов)** Как разрезать квадрат прямыми линиями на несколько частей, чтобы из этих частей можно было бы потом сложить (используя все части и не накладывая их друг на друга) 50 равных квадратов?
- М — 4. (24 балла)** В скачках участвуют три лошади. На одну ставки принимаются как 1 : 4 (это значит, что если ты ставишь на лошадь некую сумму денег, и она побеждает, то ты получаешь эту сумму назад и ещё четыре раза по столько, а если лошадь не побеждает, то деньги пропадают), на вторую как 1 : 3, на третью как 1 : 1. У меня есть 100 евро. Могу я так поставить, чтобы заведомо выиграть?

Физико – математический цикл: математика

- М — 1. (11 баллов) Решите уравнение $x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = \frac{10}{7}$ в целых неотрицательных числах.
- М — 2. (12 баллов) В остроугольном треугольнике ABC $\angle BAC = 45^\circ$, AM и BN — высоты, пересекающиеся в точке H . Докажите, что $AH = BC$.
- М — 3. (12 баллов) Существуют ли прямоугольники с целыми сторонами, у которых площадь численно равна периметру? Если да, найдите их.
- М — 4. (15 баллов) На шахматной доске стоят пешки так, что на всех вертикалях стоит разное число пешек и на всех горизонталях тоже разное. Сколько всего пешек на доске?

Физико – математический цикл: математика

- М — 1. (8 баллов) Решите уравнение $x^2 + px + p = 0$, если известно, что его дискриминант тоже равен p .
- М — 2. (12 баллов) Середины перпендикуляры к сторонам AB и CD выпуклого четырёхугольника $ABCD$, у которого $\angle DAB = \angle CDA$, пересекаются на его стороне AD . Докажите, что диагонали четырёхугольника равны.
- М — 3. (14 баллов) Сельский гипнотизёр Иван Карпович разводит кур и индюков. Вследствие его экспериментов над домашней птицей десятая часть кур воображает себя индюками, а десятая часть индюков, наоборот, думает, что они куры. Всего индюками себя считает пятая часть птиц Ивана Карповича. А какую часть среди его птиц в действительности составляют индюки?
- М — 4. (16 баллов) Лёша начертил треугольник с красными вершинами и отметил внутри несколько красных точек. Затем он разделил треугольник на меньшие треугольники так, что у каждого треугольника были красные вершины (а больше никаких красных точек внутри и на сторонах не было). Всего получилось 43 треугольника. Сколько красных точек внутри исходного треугольника отметил Лёша?

Физико – математический цикл: математика

М — 1. (6 баллов) Дан куб. Прямую, проходящую через две его вершины, назовём хорошей. Какое максимальное количество попарно скрещивающихся хороших прямых можно провести?

М — 2. (7 баллов) Решите уравнение: $2\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4$.

М — 3. (13 баллов) В начале учебного года в десятый класс пришло несколько новых учеников. На первом уроке каждая девушка бросила задумчиво-мечтательный взгляд в сторону каждого знакомого с ней парня, а каждый парень бросил задумчиво-мечтательный взгляд на каждую не знакомую с ним девушку. Учительница подсчитала, что всего был брошен 221 задумчиво-мечтательный взгляд. Сколько человек учится в этом классе?

М — 4. (10+14 баллов) Функция $f(x)$ определена для всех чисел и при любом x удовлетворяет условию $x + f(x) = f(f(x))$.

а) придумайте хотя бы один пример такой функции;

б) докажите, что если $f(f(x)) = 0$, то $x = 0$ (всегда, а не только для Вашего примера).

Физико – математический цикл: математика

М — 1. (8 баллов) Что больше, $\sin 3$ или $\sin 3^\circ$?

М — 2. (12 баллов) Найдите минимальное значение функции $g(x) = x^{64} - x^{32} - x^{16} - x^8 - x^4 - x^2 - 2x$.

М — 3. (14 баллов) Укажите, как разместить в пространстве пять точек, чтобы любые три из них были бы вершинами остроугольного треугольника.

М — 4. (16 баллов) Два злодея украли ожерелье из 30 одинаковых золотых и 86 одинаковых серебряных колец, соединённых в каком-то порядке. Какое минимальное количество колец им придётся разомкнуть, чтобы каждый гарантированно смог взять себе половину добычи — 15 золотых и 43 серебряных кольца?